文章编号：1000－7598 (2011) 02－0481－07

考虑桩土效应的双排桩模型及参数研究

刘泉声[1,2]，付建军[2]

（1.武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室，武汉 430072；2.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室，武汉 430071）

摘 要：双排桩作为一种新型的深基坑支护结构，目前尚无简单而有效的设计方法。首先，借助 Winkler 地基梁基本思想，在忽略桩土竖向摩擦效应及空间效应的前提下，对双排桩支护结构力学机制进行分析，建立了考虑桩土效应的双排桩平面杆系有限元模型。接着围绕双排桩平面杆系有限元模型的关键参数土压力分布及弹性抗力系数展开了研究，针对连梁拉力将使传统的坑后土体滑移面临界距离增加特征，利用滑动比例系数法获得了土压力分配规律；针对弹性抗力系数正分析取值不确定性，提出了采用位移反分析优化方法获得弹性抗力参数的取值。最后，根据杆系有限元及反分析中位移最优准则函数的求解步骤，分别编制了 doublerowpile 及 doublerowpileparameter 计算程序，并进行了相应的工程计算，工程计算结果表明，计算位移与监测位移趋势一致，计算内力符合规范要求，且能较准确获得弹性抗力系数取值。

关 键 词：双排桩；机制；弹性抗力系数；位移反分析

中图分类号：TU 473 **文献标识码：**A

Research on model and parameters of double-row piles based on effect of pile-soil contact

LIU Quan-sheng[1,2], FU Jian-jun[2]

(1. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Double-row of piles is a new support structure of the deep foundation pit. But its design method is not simple and effective. By means of basic thought of the beam of Winkler foundation, and on the premise of neglecting the friction effect in vertical and space effect between pile and soil, this paper analyzes the mechanical mechanism of support structure of double-row of piles and builds plane bar finite element model based on the effect of pile-soil effect for double-row of piles firstly, and then study the distribution of soil pressure and elastic resistance coefficient around the key parameters of plane bar finite element model of double-row of piles. Considering the critical distance of traditional slip plane of soil behind pit increased by the tension of coupling beam, the distribution law of soil pressure by slip proportional coefficient is obtained. In view of the uncertainty of positive analytical value for elastic resistance coefficient, the value of elastic resistance parameter is proposed by using the optimization method of displacement back analysis. Finally, on the basis of solving steps of optimal criterion function for displacement in bar finite element and back analysis, the *doublerowpile* and *doublerowpileparameter* calculation program are compiled respectively; and corresponding engineering calculations are performed. The results show that the calculated displacements are consistent with monitoring displacements, internal forces accord with code requirements and elastic resistance coefficient is accurate comparatively.

Key words: double-row piles; mechanism; elastic resistance coefficient; displacement back-analysis

1 前 言

双排桩支护是深基坑常用的一种支护方式，其支护体系包括前排桩、后排桩及连接前、后排桩的连梁，其作用机制主要是通过连梁发挥空间组合桩的整体刚度和空间效应，并与桩土协同工作，支挡开挖引起的不平衡土压力，达到保持坑侧稳定、控制变形、满足施工和相邻环境安全的目的[1]。

目前，双排桩支护结构的设计计算方法大致可分为极限平衡法[2−3]、数值计算法[4−8]、弹性抗力法[9−11]

收稿日期：2009-12-07

第一作者简介：刘泉声，男，1962 年生，博士，研究员，博士生导师，主要从事岩石温度效应、裂隙岩体温度-水力-应力耦合分析、地下工程稳定性分析及岩土工程加固技术等方面的教学与研究工作。E-mail: liuqs@whrsm.ac.cn

3 种方法。极限平衡法认为随着基坑开挖的进行，不同部位的土体达到相应的极限状态，根据支护结构的静力平衡条件，通过结构力学方法计算插入深度、旋转点的位置和内力，它计算方法简单，且无法计算支护结构位移，与实际情况偏差较大。数值计算法基于力学基本定律，在使支护和结构离散化的基础上，可获得整个基坑的位移场和应力场。但是，由于受试验测试技术的限制难以得到具有较高可靠性的土性参数，加之土体本构模型的复杂性及基坑工程存有明显的空间效应，因此在工程中还不能取得很好的理想效果，当前多作为一种辅助手段。弹性抗力法法基本原理是借助温克尔地基梁思想，将前、后排桩前被动土体简化为土体弹簧，然后根据力的平衡和位移的协调建立方程，按照结构力学方法求解方程，它既能计算支护结构的内力，又能考虑支护结构与土的相互作用，从而可估算支护结构的水平位移，但目前弹性抗力系数法很难考虑桩土之间的相互作用[9]。因此，本文基于弹性抗力法法思想，在对双排桩进行力学机制分析的基础上，不考虑空间效应的情况下建立考虑桩土效应的双排桩平面杆系有限元计算模型，编制相应程序，并依托实际工程进行洋细讨论。

2 双排桩平面杆系有限元模型建立

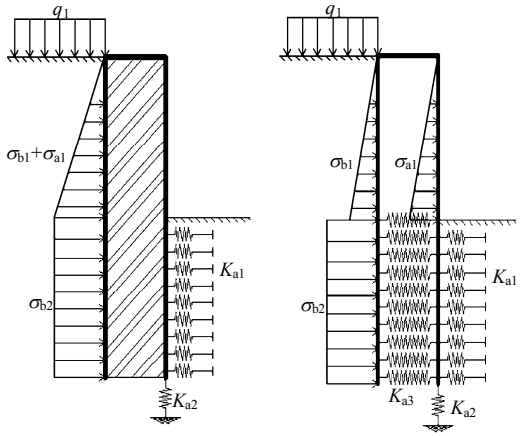
2.1 基本假设

①假设双排桩和连梁是结构中的平面刚架体系，双排桩对冠梁主要有水平作用力，垂直作用力和扭矩，即考虑前后排桩对冠梁的垂直作用力形成力偶作用；②由于桩土相对沉降量较小，忽略桩土竖向摩擦、沉降及连梁土体横向摩擦的影响；③后排桩桩底所受剪力、弯矩、轴力为 0，前排桩桩底所受弯矩为 0，桩底与土体弹性连接；④为了充分发挥双排桩超静定结构内力调整特性，双排桩间距在一定范围内，桩距过大，双排桩类似于拉锚结构；桩距过小时，双排桩类似于连续墙结构。

2.2 双排桩力学机制分析及模型建立

双排桩主要工程受力特性为：随着基坑开挖的进行，双排桩及桩间土体可看作一个类似悬臂桩的支护整体，双排桩桩体受不平衡土压力作用有向基坑开挖侧运动的趋势，即后排桩在桩后土体与桩间土体不平衡土压力联合作用下向基坑开挖侧运动，前排桩在桩间土体及桩前土体不平衡土压力联合作用下向基坑开挖侧运动。因此，双排桩模型一方面要考虑桩间土体相互作用力影响，另一方面双排桩模型各参数及荷载取值又要能正确反映工程实际情况。

工程监测结果显示[2, 7−11]，双排桩桩身位移呈现出典型的悬臂式挠曲变形曲线，最大位移发生在桩顶附近，随桩入土深度增加，变形逐渐减小，且在坑底附近位移有明显减小趋势。若开挖面上桩间土体采用弹簧模型，一方面坑底面上桩体产生大位移情况下平面杆系有限元很难考虑它的局部坐标变化，进而无法考虑力学性质的变化；另一方面，高刚度的连梁将极大影响低强度的桩间土体传递作用，导致土体抗力系数取值不确定性，因此基坑开挖面上桩土相互作用主要通过前后桩分配的土压力荷载确定。基坑开挖面下双排桩桩体位移明显小于开挖面以上，符合弹性地基梁法小位移假定，故将前排桩桩前土体、桩间土体可以近似看作很多离散的弹簧，通过弹簧传递荷载来确定双排桩支护结构内力及位移，它能正确反映桩间土体的对前后排桩的变形协作用。杆系有限元计算模型见图 1。



(a) 不考虑桩土效应 (b) 考虑桩土效应

图 1 双排桩平面杆系有限元模型

Fig.1 The plane bar finite element model of double-row piles

2.3 双排桩平面杆系有限元计算实现

（1）支护结构单元离散

结构离散就是将支护结构离散成仅在节点处发生关系的有限数目的平面刚架杆系单元和平面弹簧单元。为了计算方便，在挡土结构的截面和荷载突变处，在结构周围土体的各种因素发生变化处设置单元节点。见图 2。

（2）单元分析

单元分析的主要目的是建立单元节点位移和单元节点力的表达式。联系单元节点力与单元节点位移之间关系的变换矩阵即为单元刚度矩阵。在双排桩结构中任取一平面刚架单元，在单元局部坐标系下，杆端力及杆端位移关系可写成如下形式：

$$\{F\}^{e}=\{k\}^{e}\{u\}^{e} \qquad (1)$$

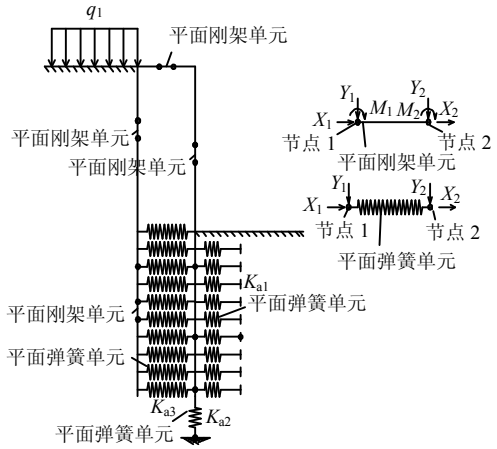


图 2　单元、节点离散分析模型

Fig.2　The discrete analysis model of elements, codes

式中：$\{F\}^e$ 为平面刚架单元杆端节点力列阵；$\{u\}^e$ 为平面刚架单元杆端节点位移列阵；$\{k\}^e$ 为平面刚架单元单元刚度矩阵。

同理，平面弹簧单元节点内力及节点位移关系如下：

$$\{F'\}^e = \{k'\}^e \{u'\}^e \tag{2}$$

式中：$\{F'\}^e$ 为平面弹簧单元节点力列阵；$\{u'\}^e$ 为平面刚架单元节点位移列阵；$\{k'\}^e$ 为平面刚架单元单元刚度矩阵。

（3）整体分析

整体分析的任务是按照静力平衡与变形协调条件把各个单元重新组集成为一个完整的结构进行求解。整体分析包括以下几个步骤：

①采用单元集成法形成整体刚度矩阵 $\{K\}$。

②引入节点边界条件 $\{\Delta\}$ 及等效节点荷载 $\{P\}$，建立平衡方程。

③求解总体平衡方程，解出全部未知节点位移。求得全部节点位移后，利用单元刚度矩阵即可算出各单元的内力。

（4）程序开发

综上所述，开发了双排桩平面有限元程序 doublerowpile，见图 3。

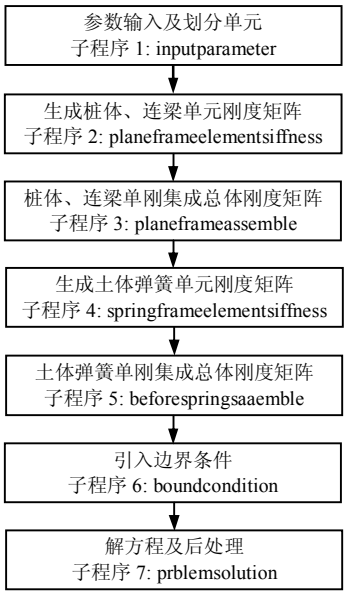


图 3　双排桩平面有限元程序 doublerowpile 流程

Fig.3　The process of plane finite element program doublerowpile of double-row piles

3　双排桩杆系有限元模型参数研究

从图 1 双排桩平面杆系有限元模型可知，在确定双排桩模型及监测位移情况下，双排桩体系内力、位移计算主要取决于桩前土体抗力系数、桩间土体抗力系数及土压力荷载分布。

3.1　双排桩土压力荷载确定

随着基坑开挖深度的增加，双排桩前后不平衡土压力增加，双排桩及桩间土体将类似于悬臂桩结构向基坑开挖侧运动。结合相关悬臂桩土压力分布规律研究，作用在双排桩的整体土压力可按以下分布形式确定，坑底以上土压力 $(\sigma_{b1}+\sigma_{a1})$ 呈三角形分布，最大值在坑底，坑底至桩底土压力 (σ_{b2}) 呈矩形分布。见图 1(a)。实践表明，双排桩的支护体系位移较小，基坑开挖后后排桩桩背土体仍处于弹性土压力与主动土压力之间，故对主动土压力考虑放大系数 K_1 修正。

$$(\sigma_{b1}+\sigma_{a1}) = K_1\left(\gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}\right) \tag{3}$$

$$\sigma_{b2} = K_1\left(\gamma h_0 K_a - 2c\sqrt{K_a}\right) \tag{4}$$

式中：K_1 为双排桩主动土压力修正系数，一般取 1.1～1.2；h_0 为基坑开挖深度；K_a 为主动土压力系数；σ_{a1} 为坑底以上作用于前排桩桩背土压力；σ_{b1} 为坑底以上作用于后排桩桩背土压力；σ_{b2} 为坑底以下作用于后排桩桩背土压力；

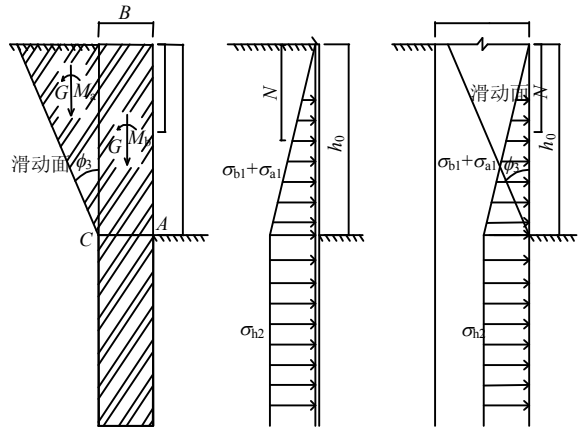
基坑开挖后，在后排桩桩背土压力作用下，坑底以上桩间土体将产生土压力传递作用，对前排桩而言，是倾覆土压力，对后排桩而言，是抗侧移土压力。前排桩土压力 σ_{a1} 与后排桩土压力 σ_{b1} 将按下式对整体主动土压力 $K_1\left(\gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}\right)$ 进行分配：

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{a1} &= K_2 K_1\left(\gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}\right) \\ \sigma_{b1} &= K_3 K_1\left(\gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}\right) \\ K_2 + K_3 &= 1 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中：K_2 为坑底以上考虑桩土传递效应前排桩桩背

土压力分配系数；K_3 为坑底以上考虑桩土传递效应后排桩桩背土压力分配系数。

分配系数 K_2 按如下方法确定，见图 4，桩间土体以前排桩 A 点为滑动起点，坑底面以上桩间土体在重力作用下对滑动点 A 抗滑动力矩力矩 M_b；受后排桩刚性阻挡影响，桩后滑动面内土体以 C 点为滑动起点，后排桩滑动面内土体在重力作用下对滑动点 C 抗滑动力矩 M_a。M_a 与 M_b 一起组成土体总抗滑动力矩 M。分配系数 K_2 定义为抗滑动力矩 M_b 与总抗滑动力矩 M 之比值。



(a) 计算简图 (b) 桩间距 B 趋近于 0 时 (c) 桩间距 B 大于 $2h_0\tan\phi_D$

图 4 分配系数 K_2 计算示意图

Fig.4 The calculation schematic diagram of earth pressure partition coefficient K_2

$$\left.\begin{aligned} K_2 &= \frac{M_a}{M} = \frac{\frac{1}{2}B^2h_0}{\frac{1}{2}B^2h_0 + \frac{1}{2}h_0^2\tan\phi_D\frac{1}{3}h_0\tan\phi_D} \\ \phi_D &= 2\left\{45^\circ - \arctan\left[\tan\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right)\right] - \frac{2c}{\gamma h_0}\right\} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

式中：B 为双排桩间距；ϕ_D 为滑动面内土体等效内摩擦角，对于黏性土，按式（6）中第 2 式；c 为滑动面内土体黏聚力；ϕ 为滑动面内土体内摩擦角；γ 为滑动面内土体重度。

由式（6）知，当 $B=0$ 时，前后排桩重合，分配分配系数 $K_2=0$，即只有后排桩土压力；当 B 大于等于 $2h_0\tan\phi_D$ 时，分配系数 $K_2\approx1$，双排桩类似于拉锚结构，此时考虑了后排桩及连梁内力调整使发挥拉锚结构的临界距离增加影响。

3.2 基于位移反分析的土体弹性抗力系数确定

（1）确定反演变量

双排桩桩间土体弹性抗力系数 K_{a3} 及桩前土体抗力系数 K_{a1} 直接影响基坑支护结构变形特性，因此作为反演变量。可由以下通用表达式确定：

$$\left.\begin{aligned} K_{a1} &= K_1(z_0 + H_{01})^n \times 100D_{00}L_1 \\ K_{a3} &= K_3(z_0 + H_{03})^n \times 100D_{00}L_1 \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

式中：z_0 为坑底下任意一土体弹簧距坑底面深度；K_1、K_3 为地基基床系数随深度变化的比例系数；n 为随土类别而变化的指数，反映地基反力系数随深度而变化的情况，取 $n=1$；D_{00} 为抗力计算宽度；L_1 为单元长度。

（2）构造最优准则函数

最优准则函数主要是通过监测点实测监测位移与平面杆系有限元分析计算的相应位移之差的平方和构造，即

$$f'(\boldsymbol{\lambda}') = \sum_{i=1}^{n}\omega_i(\boldsymbol{\lambda}')\left[\left(U_i^0(\boldsymbol{\lambda}') - \bar{U}_i^0(\boldsymbol{\lambda}')\right)^2 + \left(U_i^1(\boldsymbol{\lambda}') - \bar{U}_i^1(\boldsymbol{\lambda}')\right)^2\right] \quad (8)$$

式中：$\boldsymbol{\lambda}'$ 为基坑开挖反演参数向量，$\boldsymbol{\lambda}' = (K_{a1}, K_{a3})$；$n$ 为前、后桩实测位移总数；$\bar{U}_i^0$、$\bar{U}_i^1$ 为前、后排桩 i 点相应位移的平面杆系有限元计算值；U_i^0、U_i^1 为前、后排桩 i 点相应位移的实测值；$\omega_i(\lambda')$ 为 i 点加权参数值，取 1。

从式（8）可见，$\bar{U}_i^0$、$\bar{U}_i^1$ 为桩间土体弹性抗力系数的函数，因此目标函数 f' 也是模型参数向量 $\boldsymbol{\lambda}'$ 的函数，这样反分析计算转化为一目标函数求极小值问题，当目标函数 f' 达到极小值时，其所求的模型参数向量 $\boldsymbol{\lambda}'$ 是反分析需要的最优参数向量 $\boldsymbol{\lambda}'_{opt}$，即

$$\boldsymbol{\lambda}' = \boldsymbol{\lambda}'_{opt},\ \left(f'(\boldsymbol{\lambda}'_{opt}) = \min\left[f(\boldsymbol{\lambda}')\right]\right) \quad (9)$$

已有的研究表明，通常式（8）是介质力学参数 $\boldsymbol{\lambda}'$ 的非线性约束型函数，一般无法采用解析法求解，常采用数学规划优化方法，SQP（序列二次规划方法）法适用于目标函数和约束函数均是二阶连续可微函数的非线性规划问题。本文采用 SQP 法。

（3）基于 SQP 法的双排桩位移反分析程序

基于 SQP（序列 2 次规划方法）的双排桩位移反分析程序框架参见图 5。在此基础上开发了开发了双排桩位移反分析程序 doublerowpileparameter。

4 应用实例

4.1 工程概况

武汉市某广场位于沿江大道兰陵路与黎黄陂路之间。地下室 2 层，基坑开挖面积约为 15 000 m^2，基坑周长约 480 m，裙楼部分实际开挖深度为 12～14 m，塔楼部分开挖深度为 17.2～19.2 m。基坑周

边 10～16 m 范围内均紧邻建筑物和道路。由于距离长江较近，基坑开挖后必须在长江汛期之前施工完地下结构。因此，该工程对基坑施工的安全和工期都有很高要求。

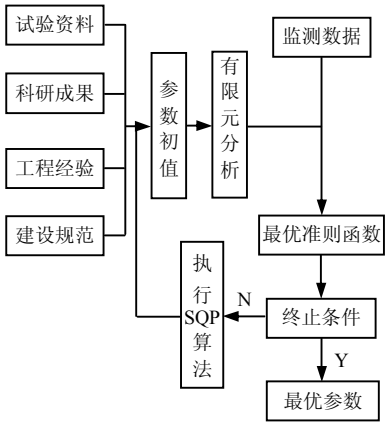


图 5　基于 SQP 算法的双排桩位移反分析程序

Fig.5　The program for displacement back-analysis of double-row piles based on SQP algorithm

4.2　工程地质条件

建筑场地位于长江 I 级阶地，地层结构相对稳定，除填土层外，覆盖层具有二元结构特征，上部为静水沉积相黏性土，下部为长江冲洪积相砂类地层。根据场地岩土勘察报告，地层物理力学性质见表 1。施工工期内地下水治理主要以坑内深井降水结合坑壁高压摆喷帷幕止水，故进行支护结构分析时可不考虑水的影响。

表 1　场地土层物理力学性质指标

Table 1　The index of physical and mechanical properties for soils in site

地层编号及名称	平均层厚 / m	γ / (kN/m^3)	状态	f_{ak} / kPa	N /击	P_s / MPa	设计取值 c / kPa	设计取值 ϕ / (°)
①-1 杂填土	3.00	19.5	松散				8	16
①-2 素填土	1.20	19.0	软塑				10	8
②-1a 粉土	2.38	19.8	稍密	110	5.6	0.75	15	21
②-1b 粉质黏土	2.49	19.5	软塑	140	6.7	1.01	19	11
②-2a 黏土	2.02	19.2	可塑	145	8.0	1.20	21	12
②-2b 黏土		19.2	可塑	155	9.7	1.55	22	13
②-3 粉质黏土	2.16	19.2	软塑	140	9.0	1.00	17	10
②-4 粉土	2.64	19.4	稍密	120	9.9	3.00	18	22
③-1 粉砂夹粉质黏土	19.58	20.0	稍密～中密	180	17.3	7.80	0	30
③-2 细砂	10.97	19.0	中密		31.7		0	32
③-3 中砂	2.49	19.2	中密		36.1		0	34
③-4 卵砾砂	1.13	20.0	密实					

4.3　工程支护条件

根据基坑工程地处环境与工程地质条件，支护结构分段采用了桩撑、桩锚和门架式双排桩 3 种支护形式，其中，双排桩结构形式如图 6 所示，前后排桩桩径均为 0.9 m，前排桩间距为 1.1 m，后排桩为 2.2 m，排间距为 4 m。前排桩桩长 22 m，后排桩桩长 26 m；前、后桩桩顶通过连梁连接，前、后排桩顶均分别设水平圈梁；桩间土采用 2 排 1.5 m 高压旋喷加固。

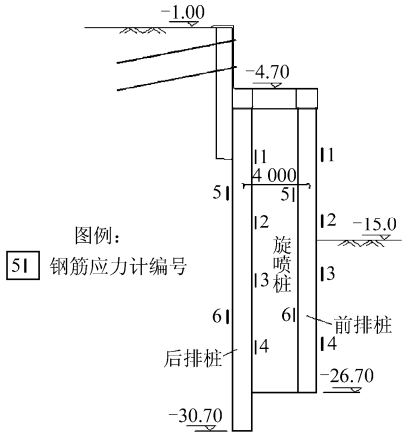


图 6　双排桩支护剖面图 (单位: m)

Fig.6　The profile of the support of double-row piles (unit: m)

4.4　双排桩结构位移、内力分析

为了研究双排桩变形规律，对双排桩支护段进行了位移监测，基坑开挖后位移最终监测结果见图 7，采用自行开发的位移反分析程序 doublerowpile-parameter 分析。经过计算得到最优准则函数最小值：

$$\left.\begin{aligned}&\min\left[f(K_1,H_{01},K_3,H_{03})\right]=0.000\ 69,\\&\left[K_1,H_{01},K_3,H_{03}\right]=\\&\qquad\left[7.061\ 4,\ 2.149\ 6,\ 4.614\ 6,\ 2.149\ 6\right]\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

将反分析得到的土体抗力系数代入有限元分析正程序 doublerowpile，得到计算位移及结构内力图见图 7、8。图 7 显示，计算位移和监测位移变化趋势一致，数据相差不大，具有一定拟合性。这表明 SQP 法能成功完成弹性抗力系数$\left(K_{a1},K_{a3}\right)$反演任务，是确定基坑支护参数一种有效方法。弯矩计算图 8 显示，桩身最大弯矩发生在坑底附近 1～2 m，计算弯矩最大值为 960 kN/m，是桩身设计弯矩 70%～85%，说明设计能保证基坑安全。桩顶附近弯矩较大，表明了双排桩超静定刚架结构内力调整作用明显，在冠梁和桩顶接触处应加强配筋。

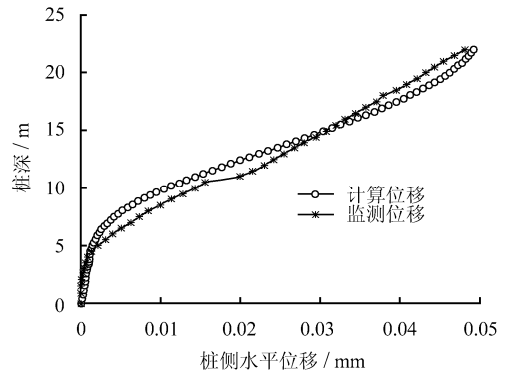


图 7 后排桩监测水平位移与计算位移对比图

Fig.7 The comparison of horizontal displacement in monitoring and calculated displacement for the piles in back row

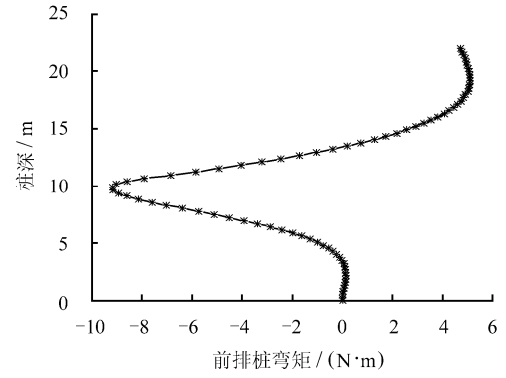


图 8 前排桩弯矩计算图

Fig.8 The moment diagram of piles in front row

5 结 论

（1）坑底下桩间土体采用土体弹簧模拟，能有效反映桩间土体对前后排桩的协调作用，以此为基础建立的双排桩平面杆系有限元模型能合理反映双排桩力学机制。

（2）传统土压力分配系数认为当双排桩间距大于 $h_0 \tan\phi_D$ 时，主动土压力全部由前排桩承担，而后排桩只承受连梁传递的拉力，它没有考虑桩间土体的应力状态的转变引起的滑动面内土压力的变化。抗滑动力矩比例系数法能确定土压力分配大小，可以考虑双排桩对桩间土体加固作用，同时证明了当双排桩间距大于 $2h_0 \tan\phi_D$ 时，双排桩类似于拉锚体系。

（3）SQP 规划法具有 2 阶收敛速度，能解决土体抗力参数约束非线性规划问题，基于 SQP 规划法的开发的位移反分析程序 doublerowpileparameter，能有效解决双排桩基坑动态开挖时土体抗力参数选择问题。

（4）工程计算结果表明，根据双排桩杆系模型开发的 doublerowpile 程序，能反映冠梁的协调作用，且计算位移与监测位移趋势一致。因此，采用此程序进行双排桩设计计算具有一定可行性。

参 考 文 献

[1] 何颐华, 于志成, 施文华. 深基坑支护设计与施工[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.

[2] 何颐华, 杨斌, 金宝森, 等. 双排护坡桩试验与计算的研究[J]. 建筑结构学报, 1996, l7(2): 58－66.
HE Yi-hua, YANG Bin, JIN Bao-sen, et al. A study on the test and calculation of double-row fender piles[J]. **Journal of Building Structures**, 1996, l7(2): 58－66.

[3] 戴智敏, 阳凯凯. 深基坑双排桩支护结构体系受力分析与计算[J]. 信阳师范学院学报, 2002, (3): 348－351.
DAI Zhi-min, YANG Kai-kai. Analysis and calculation of retaining structure with double-row piles[J]. **Xinyang Normal University Journal**, 2002, (3): 348－351.

[4] 郑刚, 李欣, 刘畅. 考虑桩土相互作用的双排桩分析[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(1): 99－106.
ZHENG Gang, LI Xin, LIU Chang. Analysis of double-row piles in consideration of the pile-soil interaction[J]. **Journal of Building Structures**, 2004, 25(1): 99－106.

[5] 杨靖. 考虑尺寸效应的双排桩的有限元分析[硕士学位论文 D]. 天津: 天津大学, 2005.

[6] 梁秋敏. 桩土效应下双排桩三维数值模拟及性状研究[硕士学位论文 D]. 广州: 暨南大学, 2007.

[7] 应宏伟, 初振环. 带撑双排桩支护结构性状分析[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(增刊): 1451－1456.
YING Hong-wei, CHU Zhen-huan. Analysis odf braced retaining structures with double-row piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(Supp.): 1451－1456.

[8] 平扬, 白世伟, 曹俊坚. 深基双排桩空间协同计算理论及位移反分析[J]. 土木工程学报, 2001, 2(34): 79－84.
PING Yang, BAI Shi-wei, CAO Jun-jian. Calculation theory considering spatial influence and displacement feedback design of double-row piles in deep foundation[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2001, 2(34): 79－84.

[9] 时刚, 高广运. 饱和土半解析边界元法及在双排桩被动隔振中的应用[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 2): 59－64.

下转第 494 页

SHI Gang, GAO Guang-yun, Semi-analytical boundary element method in saturated soil and its application to analysis of double row of piles as passive barriers[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp.2): 59－64.

[10] 吴才德, 龚迪快, 王洁栋. 门架加锚杆符合结构在超大基坑中的应用[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 1781－1785.
WU Cai-de, GONG Di-kuai, WANG Jie-dong. Application of gate frame plus soil snchors fender construction in foundation pit enginrrring[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(12): 1781－1785.

[11] 吴刚, 白冰, 聂庆科. 深基坑双排桩支护结构设计计算方法研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2753－2758.
WU Gang, BAI Bing, NIE Qing-ke. Research on calculation method of double-row piles retaining strucure for deep excavation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(6): 1145－1150.